

## Suite géométrique

**Exercice 1** Pour chacune des propositions suivantes dites si elle est vraie ou fautive.

1. Les nombres 1 ; 0 ; 0 ; 0 sont dans l'ordre, des termes successifs d'une suite géométrique.
2. Les nombres  $-1$  ;  $2$  ;  $-4$  ;  $8$  sont dans l'ordre, des termes successifs d'une suite géométrique.
3. Les nombres 5 ; 6 ; 7,2 ; 8,6 sont dans l'ordre, des termes successifs d'une suite géométrique.

**Exercice 2** Soit  $(v_n)$  la suite géométrique de terme initial  $v_1 = 5$  et de raison 0,8.

1. Calculez  $v_2$ ,  $v_3$  et  $v_4$ .
2. Marquez sur un graphique les points représentatifs de  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_3$  et  $v_4$ .

**Exercice 3** Soit  $(v_n)$  la suite géométrique de premier terme  $v_0 = 5$  et de raison  $q = 3$ .

1. Calculer  $v_1$ ,  $v_2$  et  $v_3$ .
2. Écrire une relation entre  $v_{n+1}$  et  $v_n$ .
3. À l'aide de la calculatrice :
  - a. déterminer le neuvième terme ;
  - b. déterminer  $v_{11}$ .

**Exercice 4** Le salaire annuel d'embauche d'un employé est de 20 400 €. Il est prévu dans son contrat une augmentation annuelle de 3%. On note  $u_0 = 20400$  et pour tout entier naturel  $n$  non nul,  $u_n$  le salaire annuel au bout de  $n$  années.

1. Calculer  $u_1$ .
2. Exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$ , et en déduire la nature de la suite  $(u_n)$ .
3. À l'aide de la calculatrice :
  - a. déterminer le salaire annuel au bout de 20 ans ;
  - b. déterminer au bout de combien d'années le salaire aura doublé.

**Exercice 5** La population d'une banlieue augmente de 4% par an et celle du centre-ville diminue de 5% par an. En janvier 2020, elles sont toutes les deux de 50 000 habitants.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $b_n$  et  $c_n$  les populations de la banlieue et du centre-ville l'année 2020 +  $n$ .

1. Déterminer les populations  $b_1$  et  $c_1$  l'année 2021, puis celles en 2022.
2. Exprimer  $b_{n+1}$  en fonction de  $b_n$ , et en déduire la nature de la suite  $(b_n)$ .
3. Exprimer  $c_{n+1}$  en fonction de  $c_n$ , et en déduire la nature de la suite  $(c_n)$ .
4. À l'aide de la calculatrice, déterminer les populations prévues pour l'année 2049.

**Exercice 6** Les premiers termes de la suite  $(u_n)$  sont  $u_0 = 2$ ,  $u_1 = 3,4$ ,  $u_2 = 5,78$ ,  $u_3 = 9,826$ ,  $u_4 = 16,7042$ .

Dites si ces premiers termes sont ceux d'une suite géométrique et si oui précisez-en la raison.

**Exercice 7** On administre à un malade une dose de 4mg d'un médicament. On suppose que ce médicament se répartit uniformément dans le sang et que, chaque heure, le corps en élimine 25%.

Pour tout entier  $n$ , on note  $w_n$  la masse en mg de médicament présente dans le sang au bout de  $n$  heures. On a donc  $w_0 = 4$ .

1. Montrer que  $w_1 = 3$ . Interpréter ce résultat.
2. Calculer la masse en mg de médicament présente dans le sang au bout de 3 heures. On arrondira le résultat à 0,001 près.
3. Montrer quela suite  $(w_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
4. Quel est le sens de variation de cette suite? Interpréter ce résultat.
5. En utilisant une calculatrice ou un tableur, déterminer à partir de combien de temps la quantité de médicament présent dans le sang sera inférieure à 0,1mg.

### Avec l'outil informatique

**Exercice 8** Mettez en œuvre avec un logiciel de programmation, l'algorithme suivant pour obtenir la liste des termes de rangs 0 à 8 de la suite géométrique  $(u_n)$  de terme initial  $u_0 = 200$  et de raison  $q = 1,2$ .

Saisir les valeurs de  $u_0$  et de  $q$ .  
 Pour  $n$  allant de 0 à 8 :  
      $u_{n+1}$  prend la valeur  $u_n \times q$  ;  
     afficher  $u_{n+1}$ .  
 Fin Pour.

### Avec les deux types de suites

**Exercice 9** Après un ennui de santé, Martin suit un régime amaigrissant qui doit lui permettre de perdre du poids. Son poids initial est 100 kg. Nous noterons  $v_0 = 100$  et  $v_n$  le poids de Martin après  $n$  mois de régime.

Au bout de 5 mois les poids suivants ont été relevés :

Mois ( $n$ )	0	1	2	3	4	5
Poids ( $v_n$ )	100	98	96	94	92	90

1. Donnez la nature de la suite et précisez sa raison.
2. Déterminez le sens de variation de  $(v_n)$ .

**Exercice 10** Étudier les variations des suites définies sur  $\mathbb{N}$  de la façon suivante :

1.  $\begin{cases} u_0 = -5 \\ u_{n+1} = u_n + 100 \end{cases}$
2.  $\begin{cases} v_0 = 200 \\ v_{n+1} = 1,1 v_n \end{cases}$
3.  $\begin{cases} w_0 = 1250 \\ w_{n+1} = 0,72 w_n \end{cases}$
4.  $\begin{cases} t_0 = 160 \\ t_{n+1} = t_n - 25 \end{cases}$

**Exercice 11** En 2010 la ville A avait 50 000 habitants et la ville B avait 30 000 habitants.

On suppose que depuis, la ville A croît de 2 000 habitants par an et que la ville B a un taux de croissance annuel de 6%.

À partir de quelle année la population de la ville B dépasse-t-elle celle de la ville A.

**Exercice 12 :**

La principale source de radioactivité naturelle à laquelle l'homme est exposé est un gaz radioactif appelé radon. Il s'échappe des sous-sols volcaniques et granitiques ainsi que de certains matériaux de construction et stagne dans des endroits mal ventilés. La concentration de radon à l'intérieur des habitations s'exprime en Becquerel par mètre cube ( $\text{Bq.m}^{-3}$ ).

Au cours d'une expérience, on a relevé chaque jour, en fin de journée, la concentration de radon dans une zone très exposée. Le tableau ci-contre donne les relevés pendant une semaine.

Jour	Radon ( $\text{Bq.m}^{-3}$ )
1	1200
2	996
3	840
4	696
5	576
6	480
7	408

1. La décroissance est-elle linéaire? Justifier la réponse.
2. On admet que la décroissance est exponentielle. Déterminer le coefficient multiplicatif entre deux journées consécutives (entre le jour 1 et le 2, entre le jour 2 et le 3, entre le jour 3 et le 4, etc). Arrondir à  $10^{-2}$  près chaque résultat. Que remarque-t-on?
3. A partir du jour 7, on suppose que la décroissance se poursuit avec 0,84 comme valeur de coefficient multiplicatif.
  - a. Quelle serait la concentration de radon le jour 8? On arrondira le résultat à l'entier le plus proche.
  - b. On modélise cette décroissance par une suite  $(u_n)$ , où  $u_n$  représente la concentration en radon au jour  $n + 7$ . On a alors  $u_0 = 408$ . De quel type de suite s'agit-il?
4. On utilise le tableur.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	$n$	0	1	2	3	4	5	6
2	$u_n$	408						

Quelle formule peut-on écrire dans la cellule C2 qui, par recopie vers la droite, permet de compléter la ligne 2.

5. L'OMS a émis un avis sur la nocivité de ce gaz dans les habitations : en dessous de  $100\text{Bq.m}^{-3}$ , il est considéré comme sans danger. Déterminer le jour à partir duquel la concentration en radon sera inférieure à  $100\text{Bq.m}^{-3}$ .